

DOI: 10.19650/j.cnki.cjsi.J2006813

基于误差椭圆重采样的粒子滤波跟踪算法*

徐 诚^{1,2}, 王鑫鑫^{1,2}, 段世红^{1,2}, 万家旺^{1,2}

(1. 北京科技大学计算机与通信工程学院 北京 100083; 2. 北京科技大学顺德研究生院 佛山 528399)

摘要: 实时可靠的导航定位是无线传感器网络的关键技术。在实际的应用环境中,定位系统误差模型一般是非线性非高斯的,传统的卡尔曼滤波算法无法提供长时间高精度的定位服务。现有研究中,粒子滤波可以处理复杂的系统模型和测量模型,但在实际应用中往往面临粒子退化和贫化问题。针对这一问题,提出了一种基于误差椭圆重采样的粒子滤波算法,用于无线传感器网络的目标定位跟踪问题。为提高粒子滤波算法在状态估计中的有效精度,在重采样过程中根据粒子的误差协方差矩阵建立不同置信水平的误差椭圆,按照粒子的几何位置进行分层,进而对不同层级的粒子进行筛选与优化,并对比计算后验克拉美罗下界性能验证该方法在累积误差优化中的有效性。实验结果表明,误差椭圆重采样粒子滤波算法精度达到 1.05 m,有效改善了粒子退化和贫化问题。

关键词: 粒子滤波器; 误差椭圆; 重采样; 后验克拉美罗下界; 累积误差优化

中图分类号: TH824 **文献标识码:** A **国家标准学科分类代码:** 520

Particle filter tracking algorithm based on error ellipse resampling

Xu Cheng^{1,2}, Wang Xinxin^{1,2}, Duan Shihong^{1,2}, Wan Jiawang^{1,2}

(1. School of Computer and Communication Engineering, University of Science and Technology Beijing, Beijing 100083, China; 2. Shunde Graduate School, University of Science and Technology Beijing, Foshan 528399, China)

Abstract: Real-time and reliable navigation and localization is the key technology of wireless sensor networks. In practical application environment, the error model of the positioning system is generally nonlinear and non-Gaussian, and the traditional Kalman filtering algorithm cannot provide long time and high precision positioning service. In present research, particle filter can deal with complex system and measurement models, but it often faces the problems of particle degradation and impoverishment in practical applications. Aiming at this problem, a particle filter algorithm based on error ellipse resampling is proposed, which can be used for target localization tracking in wireless sensor networks. In order to improve the effective precision of particle filter algorithm in state estimation, establish the error ellipses with different confidence levels in the resampling process according to the particle error covariance matrix, stratifies the particles according to their geometric positions, then conducts screening and optimization of the particles with different stratification levels, and verifies the effectiveness of the proposed method in cumulative error optimization through comparing with that of computing the posterior Cramer-Rao lower bound (PCRLB). The experiment results show that the error elliptic resampling particle filter algorithm reaches the accuracy of 1.05 m, which can effectively improve the particle degradation and impoverishment issues.

Keywords: particle filter; error ellipse; resampling; posterior Cramer-Rao lower bound (PCRLB); cumulative error optimization

收稿日期: 2020-08-24 Received Date: 2020-08-24

* 基金项目: 博士后创新人才支持计划 (BX20190033)、广东省基础与应用基础研究基金 (2019A151110325)、中国博士后基金面上项目 (2020M670135)、北京科技大学顺德研究生院博士后科研经费 (2020BH001)、中央高校基本科研业务费 (06500127, FRF-GF-19-018B) 资助

0 引 言

移动目标的定位与追踪作为无线传感器网络的研究热点之一,在行人导航^[1]、搜索救援^[2]等场景中具有广泛的应用。无线传感器网络中完成目标定位通常需要两个基本步骤:1) 获得目标节点的无线位置特征参数;2) 用于完成目标定位的数据处理算法。在位置信息参数获取方面,全球定位系统(GPS)^[3]可以实现高精度的户外定位,但在建筑密集区域等恶劣环境中,如室内环境,GPS无法充分发挥其优势。为弥补上述条件下高精度定位的需求,局域网无线定位技术如基于接收信号强度(received signal strength, RSS)^[4]、信号到达时间(time of arrival, TOA)^[5]、信号到达时间差(time difference of arrival, TDOA)^[6]、信号到达角度(angle of arrival, AOA)^[7]等,得到了较为广泛的应用。相比之下,基于惯性测量单元(inertial measurement unit, IMU)的运动目标跟踪方法优势在于,不需要部署基础设施,具有低成本、高精度的特点。然而,在长时间、大范围的目标定位应用中,惯性传感器固有的累积误差和漂移问题^[8]难以自动恢复,而且其误差随使用时间的增加而增大。因此,如何使用数据处理算法对IMU的累积误差进行优化,是实际应用中亟待解决的问题。

为有效提升目标定位算法精度,滤波方法常用于IMU累积误差的优化^[9]。在实际应用中,系统方程和测量方程往往是非线性的。扩展卡尔曼滤波算法(EKF)对于弱非线性系统能够得到理想的滤波结果,而对于强非线性系统,EKF不可避免的引入了更多的截断误差。无迹卡尔曼滤波器(UKF)基于无迹变换与EKF的算法框架,由于UKF不对系统模型进行线性化,从而能够更加真实的反映整个系统的特性。但是UKF对于仍然不适用于非高斯分布模型。基于贝叶斯原理的序贯蒙特卡罗粒子滤波(particle filter, PF)^[10],克服了传统卡尔曼滤波器对线性及高斯分布系统的要求,通过大量粒子集逼近后验分布的迭代更新方法,避免了所需积分运算难的问题。然而,粒子滤波在重采样过程中面临着粒子退化和粒子贫化问题,现有研究已提出了许多改进的重采样算法,例如分层重采样^[11]和系统重采样^[12]通过随机生成的阈值对粒子进行重新采样,通常筛选后的粒子集减少,在迭代过程中大部分的权重被少数粒子占据,从而影响最终的估计结果。因此,如何解决粒子退化和贫化问题,是提高基于粒子滤波的目标追踪精度的关键。

本文提出了一种基于误差椭圆估计的重采样方法,解决粒子滤波所面临的粒子退化和贫化问题。在重采样阶段,根据粒子集的误差协方差矩阵建立不同

置信水平的误差椭圆,基于粒子与预测中心点的几何距离,将粒子集划分为低权重、中等权重、高权重3种不同层级的粒子。本文实现重采样过程的粒子筛选与优化,对于低权重的粒子进行舍弃,复制高权重的粒子,同时保留中等权重的粒子。为了验证算法对IMU累积误差纠正的有效性,本文推导了基于IMU方法的后验克拉美罗下界^[13]。通过仿真实验结果可知,与典型优化方法相比,本文提出的基于误差椭圆重采样的改进粒子滤波方法,误差精度更加接近克拉美罗下界,具有较高的追踪精度和稳定性。

1 问题定义

图1所示为单目标节点逐步运动到 k 个不同时刻的过程。 k 时刻的位置信息由 $[x_k, y_k]^T$ ($k \in [0, K]$)表示,其中 x_k 和 y_k 代表目标节点在二维笛卡尔坐标系中的位置信息。因此,目标节点运动过程中的所有状态信息统计为向量 $\mathbf{X} = [\mathbf{X}_0^T, \mathbf{X}_1^T, \dots, \mathbf{X}_K^T]^T$ 。通常情况下,随机行走模型的知识可以建模为高斯-马尔科夫过程^[14],即:

$$\mathbf{X}_{k+1} = \mathbf{X}_k + t_k \mathbf{v}_k. \quad (1)$$

式中: t_k 表示目标节点从 k 时刻移动到 $k+1$ 时刻的运动周期, \mathbf{v}_k 表示从 k 时刻到 $k+1$ 时刻的运动速度。目标节点的运动速度由加速度计测量得到:

$$\hat{\mathbf{v}}_k = \mathbf{v} + \mathbf{r}_k, \mathbf{r}_k \sim N(0, \gamma_{1,k}^2) \quad (2)$$

式中: \mathbf{v} 代表目标节点的真实行进速度,且 \mathbf{r}_k 是服从均值为0和协方差为 $\gamma_{1,k}^2$ 的高斯噪声。因此,向量 $\hat{\mathbf{v}} = [\hat{\mathbf{v}}_0, \hat{\mathbf{v}}_1, \dots, \hat{\mathbf{v}}_{K-1}]^T$ 反映了目标节点运动过程中的速度信息。目标节点运动过程中的航向角由陀螺仪测量获得:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_k = \boldsymbol{\theta}_k + \mathbf{n}_k, \mathbf{n}_k \sim N(0, \gamma_{2,k}^2) \quad (3)$$

式中: $\boldsymbol{\theta}_k$ 是实际水平仰角, \mathbf{n}_k 是服从均值为0和方差为 $\gamma_{2,k}^2$ 的高斯噪声,即 $\mathbf{n}_k \sim N(0, \gamma_{2,k}^2)$ 。据此向量 $\hat{\boldsymbol{\theta}} = [\hat{\boldsymbol{\theta}}_0, \hat{\boldsymbol{\theta}}_1, \dots, \hat{\boldsymbol{\theta}}_{K-1}]^T$ 反映了目标节点运动过程中的航向角信息。数学上,可通过对加速度的积分计算出目标节点的行进步长,即步长信息也可由加速度计测量获得:

$$\mathbf{a}_k = \mathbf{d} + \mathbf{u}_k, \mathbf{u}_k \sim N(0, \gamma_{3,k}^2), \quad (4)$$

式中: \mathbf{d} 代表 k 时刻与 $k+1$ 时刻位置间的真实距离, \mathbf{u}_k 是服从均值为0和方差为 $\gamma_{3,k}^2$ 的高斯噪声,即 $\mathbf{u}_k \sim N(0, \gamma_{3,k}^2)$ 。据此向量 $\mathbf{d} = [\mathbf{d}_0, \mathbf{d}_1, \dots, \mathbf{d}_{K-1}]^T$ 反映了目标节点运动过程中的步长信息。根据随机行走模型的建模过程,假定目标节点运动周期为1s且保持匀速运动,那么粒子滤波算法的状态转移方程可以表示为:

$$\begin{bmatrix} x_k^i \\ y_k^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{k-1}^i + \hat{\mathbf{v}}_k^i \cos \hat{\boldsymbol{\theta}}_k^i \\ y_{k-1}^i + \hat{\mathbf{v}}_k^i \sin \hat{\boldsymbol{\theta}}_k^i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} q_x \\ q_y \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中: $[x_k^i, y_k^i]^T$ 与 $[x_{k-1}^i, y_{k-1}^i]^T$ 分别表示粒子在 k 时刻和 $k+1$ 时刻的位置信息, $\hat{\mathbf{v}}_k^i$ 与 $\hat{\boldsymbol{\theta}}_k^i$ 分别为粒子 i 在 k 时刻获

得的步长与航向角, q_x 和 q_y 均是服从均值为 0 和方差为 ε^2 的高斯噪声, 即 $q_x, q_y \sim N(0, \varepsilon^2)$ 。移动的目标节点可以通过计算后验概率密度函数 $p(\mathbf{Z}_k | X_k)$ 获得每一个状

态下的位置估计, 其中 $\mathbf{Z}_k = [\hat{\mathbf{a}}_k, \hat{\mathbf{v}}_k, \hat{\boldsymbol{\theta}}_k]$ 是 k 时刻的一组观测向量。

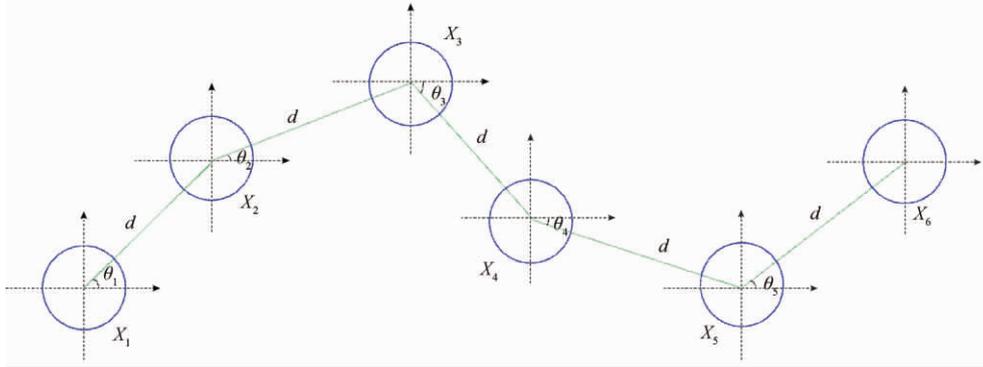


图1 目标节点随机行走的轨迹: 从已知的初始位置处出发行走 5 步, 步长 d 和航向角 θ 均可由惯性测量单元获得
 Fig. 1 The trajectory of a target node walking randomly: Walking 5 steps starting from a known initial position, the step length d and heading angle θ can be obtained with an inertial measurement unit

2 基于误差椭圆重采样的粒子滤波

本文提出一种基于误差椭圆重采样的粒子滤波算法, 对预测阶段的粒子按照其与中心点的欧式距离进行分级筛选, 以获得一个权重分布均匀的粒子集。本节首先简要的回顾了粒子滤波的流程, 其次描述了误差椭圆约束方法, 最后介绍了基于误差重采样算法。

2.1 基本粒子滤波

粒子滤波提供了一种递归生成目标状态的后验概率密度函数方法^[15], 由 k 时刻的 N 个粒子 X_k^i 和对应的权重 w_k^i 组成的随机测量值可以计算出状态估计值, 当样本数量足够大时, 这种对于状态的估算值将近似于未知分布 $X_{1:k}$ 的后验概率密度函数 $p(X_{1:k} | Z_{1:k})$ 。

在贝叶斯框架中, 通常设有预测和更新两个步骤。假定状态转移过程服从一阶马尔科夫模型, 即满足 $p(X_k | X_{1:k-1}) = p(X_k | X_{k-1})$ 。在预测阶段, 先验概率密度函数 $p(X_k | Z_{1:k-1})$ 由 $k - 1$ 时刻的滤波分布 $p(X_{k-1} | Z_{1:k-1})$ 计算得到:

$$p(X_k | Z_{1:k-1}) = \int \overbrace{p(X_k | X_{k-1})}^{\text{系统模型}} \overbrace{p(X_{k-1} | Z_{1:k-1})}^{\text{先前的先验}} dX_{k-1} \quad (6)$$

式中: $p(X_{k-1} | Z_{1:k-1})$ 假定是已知的, 而 $p(X_k | Z_{1:k-1})$ 上述的系统模型决定。在更新阶段, 后验概率密度函数由一组新的测量值 Z_k 更新:

$$p(X_k | Z_{1:k}) = \frac{\overbrace{p(\mathbf{Z}_k | X_k)}^{\text{测量模型}} \overbrace{p(X_k | Z_{1:k-1})}^{\text{当前的先验}}}{\underbrace{p(\mathbf{Z}_k | Z_{1:k-1})}_{\text{归一化常量}}} \quad (7)$$

式中: $p(\mathbf{Z}_k | X_k)$ 是由测量模型定义的似然函数, $p(\mathbf{Z}_k | Z_{1:k-1})$ 是归一化常量。事实上, 对于非线性非高斯系统, 后验概率很难得到, 因此引进蒙特卡罗采样。从已知分布的状态空间中采样一组随机加权样本来替代后验概率分布, 即 $\{X_k^i\} \sim q(X_k^i | X_{k-1}^i, \mathbf{Z}_k)$ 。其中 $q(\cdot)$ 是重要性概率密度函数^[16]。粒子的初始权重赋值 $1/N$, 且通过式(8)进行更新:

$$w_k^i \sim w_{k-1}^i \frac{p(\mathbf{Z}_k | X_k^i) p(X_k^i | X_{k-1}^i)}{q(X_k^i | X_{k-1}^i, \mathbf{Z}_k)} \quad (8)$$

通常选择先验概率密度函数作为重要密度, 即 $q(X_k^i | X_{k-1}^i, \mathbf{Z}_k) = p(X_k^i | X_{k-1}^i)$ 。接着, 进行粒子权重归一化处理, $\tilde{w}_k^i = w_k^i / \sum_{i=1}^N w_k^i$ 。最后, 近似后验概率密度函数表示为:

$$p(X_k | Z_{1:k}) \approx \sum_{i=1}^N \tilde{w}_k^i \delta(X_k - X_k^i) \quad (9)$$

式中: w_k^i 和 X_k^i 分别表示粒子 i 在 k 时刻的权重和状态信息。 $\delta(\cdot)$ 是狄拉克函数。当 N 趋近于无穷大时, 近似值将更加接近真实的后验密度。

2.2 重采样

一方面, PF 随着迭代进行可能会出现粒子退化问题, 这是由于部分粒子在迭代过程中一直占据着大比例的权重, 这些退化的粒子集影响最终的估计结果^[17-18]。另一方面, 由于部分低权重粒子在一开始就被舍弃, 随着迭代的进行粒子集丧失了多样性, 出现粒子贫化问题^[19]。为了解决上述问题, 本文使用误差椭圆进行粒子层级划分。

1) 误差椭圆

误差椭圆, 即置信椭圆。对规模 S 进行区间估计(即

估计规模的取值范围) 时, 如果对于给定的很小的概率 β , 能找到一个区间 (s_1, s_2) 使得:

$$p(s_1 < s < s_2) = 1 - \beta \quad (10)$$

则称区间 (s_1, s_2) 为规模 s 的置信区间, 其中 s_1 和 s_2 称为置信度 (或临界值); $s \leq s_1$ 和 $s \geq s_2$ 称为否定域; 概率 β 称为显著性水平 (或风险度), $1 - \beta$ 称为置信水平 (或置信度)。

在本文的研究中, 考虑 k 时刻的 N 个粒子集的二维协方差矩阵:

$$D = \begin{bmatrix} \text{cov}(x, x) & \text{cov}(x, y) \\ \text{cov}(y, x) & \text{cov}(y, y) \end{bmatrix} \quad (11)$$

式中: $\text{cov}(x, x)$ 和 $\text{cov}(y, y)$ 分别是 x 轴和 y 轴方向上的方差。然而, 对于呈现相关性的数据可以通过拓展方差得到:

$$\text{cov}(x, y) = E[(x - E(x))(y - E(y))] \quad (12)$$

如果 x 与 y 是正相关的, 那么 y 和 x 也是正相关, 即 $\text{cov}(x, y) = \text{cov}(y, x)$ 。因此, 协方差矩阵始终是一个对称矩阵, 其对角线上是方差, 非对角线上是协方差。

当引入误差协方差矩阵后, 椭圆中心不在中心点的方程表示为:

$$\frac{(x - x_p)^2}{\lambda_1} + \frac{(y - y_p)^2}{\lambda_2} = s \quad (13)$$

式中: λ_1 和 λ_2 分别是协方差矩阵 D 对应的最大、最小特征向量, (x_p, y_p) 为预估中心位置, s 为椭圆的规模。进一

步, 当椭圆倾斜时, 设椭圆长轴与 x 轴的倾斜角为 α , 通过式 (14) 获得:

$$\alpha = \arctan\left(\frac{\lambda_1(y)}{\lambda_2(x)}\right). \quad (14)$$

进而, 旋转后的坐标为 (x', y') 和倾斜角 α 表示的误差椭圆约束为:

$$\frac{((x' - x_p) \cos\alpha + (y' - y_p) \sin\alpha)^2}{\lambda_1} + \frac{(-(x' - x_p) \sin\alpha + (y' - y_p) \cos\alpha)^2}{\lambda_2} \leq s \quad (15)$$

2) 粒子复制与筛选

图 2 所示为使用两个不同置信水平 (置信概率) 建立的误差椭圆对粒子集分级采样过程。在重采样过程中, 将对 N 个粒子按几何位置分成 3 个不同等级。将处于外椭圆之外的粒子划分为 N_l 个低权重粒子, 对这部分粒子进行舍弃; 位于两个椭圆中间部分的粒子视为中等权重粒子, 对它们进行保留; 同时对位于内椭圆的 N_h 个高权重粒子进行复制。在计算过程中, 由于舍入操作可能会引起高权重粒子的复制次数小于 1, 因此对前 N_l ($N_l = N_l - \lfloor N_l/N_h \rfloor N_h$) 个高权重粒子复制 c_1 ($c_1 = \lfloor N_l/N_h \rfloor + 2$) 次, 剩余 $(N_h - N_l)$ 个高权重粒子复制 c_2 ($c_2 = \lfloor N_l/N_h \rfloor + 1$) 次。待筛选的粒子集执行复制操作后, 粒子集数量仍保持 N 不变。选定的粒子集也将成为下一次迭代粒子集的初始输入。

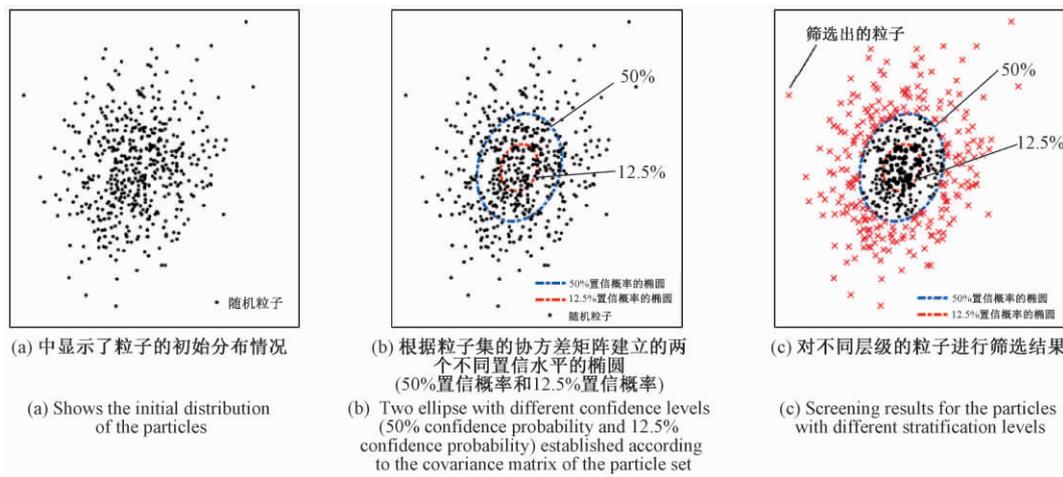


图 2 重采样粒子筛选过程

Fig. 2 A resampled particle screening process

3) 权重分配与更新

在重采样过程中, 由于对部分粒子进行了舍弃和复制操作, 对于舍弃部分粒子的权重, 则需重新分配给待复制的粒子。使用式 (16) 进行权重的重新分配:

$$\bar{\omega}_k^i = \begin{cases} (1 - M) / (N_l + N_h), & s_k^i < s_2 \\ \tilde{w}_k^i, & s_1 \leq s_k^i \leq s_2 \\ 0, & s_k^i > s_1 \end{cases} \quad (16)$$

式中: M 是中等粒子的权重之和, N_l 和 N_h 分别是低权重粒子和高权重粒子的个数为 k 时刻粒子与预测中心的

距离。

最终,状态的估计结果由加权平均值更新:

$$\begin{cases} x_k = \sum_{i=1}^N \bar{\omega}_k^i x_k^i \\ y_k = \sum_{i=1}^N \bar{\omega}_k^i y_k^i \end{cases} \quad (17)$$

3 理论性能分析

3.1 后验克拉美罗下界

后验克拉美罗下界(PCRLB)常用于提供系统性能的理论下限。在考虑时域信息的前提下,利用后验信息如步长,角度和速度信息,定义联合概率密度函数为:

$$p(\mathbf{a}, \hat{\mathbf{v}}, \hat{\boldsymbol{\theta}}, \hat{\mathbf{X}}) = p(\mathbf{a}_0 | X_0) \prod_{k=1}^K p(\hat{\mathbf{v}}_k | X_{k-1}, X_k) p(\hat{\boldsymbol{\theta}}_k | X_{k-1}, X_k) p(\mathbf{a}_k | X_k) \quad (18)$$

均方根误差(RMSE)由费舍尔信息矩阵限制:

$$E\{(\hat{\mathbf{X}}_k - X_k)^2\} \geq \sqrt{\text{tr}(\mathbf{J}(X_k)^{-1})} \quad (19)$$

式中: $\text{tr}(\cdot)$ 定义为矩阵的迹。

根据联合概率密度函数,费舍尔信息矩阵 \mathbf{J} 表示为:

$$\mathbf{J}(X) = \mathbf{E}_{\mathbf{a}, \hat{\mathbf{v}}, \hat{\boldsymbol{\theta}}} \{ -\Delta_{\mathbf{X}}^T \ln p(\mathbf{a}, \hat{\mathbf{v}}, \hat{\boldsymbol{\theta}}, \hat{\mathbf{X}}) \} \quad (20)$$

其中, $\Delta_b^a = \nabla_b \nabla_a^T$ 为二阶导数, $\nabla_a = \left(\frac{\partial}{\partial a_1}, \frac{\partial}{\partial a_2}, \dots, \frac{\partial}{\partial a_n} \right)^T$ 为变量 a 的梯度向量。

FIM的递归计算表示为^[17]:

$$\mathbf{J}(k) = \mathbf{H}_{k-1}^{22} - \mathbf{H}_{k-1}^{21} (\mathbf{J}(k-1) + \mathbf{H}_{k-1}^{11})^{-1} \mathbf{H}_{k-1}^{12} + \mathbf{J}_z(k) \quad (21)$$

其中,矩阵 \mathbf{H} 和 $\mathbf{J}_z(k)$ 分别表示如下:

$$\mathbf{H}_{k-1}^{11} = E\{ -\Delta_{X(k-1)}^{X(k-1)} \ln p(X(k) | X(k-1)) \} \quad (22)$$

$$\mathbf{H}_{k-1}^{21} = E\{ -\Delta_{X(k-1)}^{X(k)} \ln p(X(k) | X(k-1)) \} = (\mathbf{H}_{k-1}^{21})^T \quad (23)$$

$$\mathbf{H}_{k-1}^{22} = E\{ -\Delta_{X(k)}^{X(k)} \ln p(X(k) | X(k-1)) \}, \quad (24)$$

$$\mathbf{J}_z(k) = E\{ -\Delta_{X(k)}^{X(k)} \ln p(Z(k) | X(k-1)) \} \quad (25)$$

本文通过式(21)可以迭代计算出每一时刻的费舍尔信息矩阵,从而得到相应的PCRLB。初始时刻的费舍尔信息矩阵可由初始时刻的测距信息得到,即 $\mathbf{J}(0) = \mathbf{J}_z(0)$ 。

3.2 算法复杂度分析

本文提出了一种基于误差椭圆重采样的粒子滤波算法,在改进重采样算法方面,基于误差椭圆重采样算法需要完成对 N 个粒子的筛选和复制等操作以实现粒子重采样的优化。考虑极端情况下,基于误差椭圆重采样算法只进行粒子筛选操作,而无需执行复制等操作,重采样算法复杂度为 $O(N)$; 最坏的情况,则需对每个粒子都复制 c 次,重采样算法复杂度为 $O(N \times c)$ 。在该算法中,由于重

采样前后的粒子数量不变,高权重粒子数目 N_h 不会超过 $N/3$,且最大复制次数不大于2,因此重采样算法复杂度仍为 $O(N)$ 。粒子滤波算法的复杂度由重采样直接影响,系统重采样(systematic-resampling, SYR)^[12]、分层重采样(stratified-resampling, STR)^[11]和基于误差椭圆重采样粒子滤波算法的复杂度均为 $O(N)$ 。

4 实验与分析

4.1 实验设置

为了验证PF算法在单目标跟踪过程中的有效性,本文使用MATLAB对单一目标的随机行走过程及定位估计进行仿真。目标节点在 $50 \text{ m} \times 50 \text{ m}$ 的二维场景内匀速运动,每次实验的采样间隔为 1 s 。目标节点的初始位置 (x_0, y_0) 和运动航向角 d 是随机生成的。实验参数设置如表1所示。

表1 实验参数设置

Table 1 Experiment parameter setting

参数	数值
速度 v	2 m/s
横纵坐标噪声 q_x, q_y	0.1 m ²
速度噪声方差 $\gamma_{1,k}^2$	0.5 m ² /s ²
角度噪声方差 $\gamma_{2,k}^2$	10°
距离测量噪声方差 $\gamma_{3,k}^2$	0.5 m ²
置信概率 α_1	0.5
置信概率 α_2	0.125
粒子数量 N	2 000

4.2 性能仿真分析

为了验证基于误差椭圆重采样的PF算法在累积误差纠正上的有效性,本文分别使用未重采样算法、分层重采样算法、系统重采样算法和基于误差椭圆重采样算法进行单目标节点运动的定位追踪实验,并将这几种算法的定位误差与单一IMU方法下的后验克拉美罗下限进行对比。实验仿真一次随机行走过程,目标节点从初始位置出发行进100步,并生成目标节点运动的真实轨迹。本文提出的PF算法在初始位置附近生成4 000个粒子。此后,该算法将对目标节点的每次行进所到达的位置进行预测,进而生成目标节点运动的预测轨迹。误差表示为预测位置与真实位置的欧氏距离。

图3所示为4种定位追踪算法在一次随机行走过程中的定位误差分布情况。从图3中分析可知,4种追踪算法的定位误差随着目标节点的移动呈现增长的趋势,

这也证实了 IMU 的累积误差与漂移问题。此外,为了验证本文提出的 PF 算法对累积误差优化的有效性,提出了单一 IMU 方法的理论精度下限。在目标节点行进 100 步过程中,本文提出的 PF 算法对目标节点的位置估计误差更加接近理论精度下限。其中未重采样 PF 算法对比 PCRLB 的最大差值为 15.62 m,系统重采样算法对比 PCRLB 的最大差值为 14.10 m,传统分层采样算法对比 PCRLB 的最大差值是 10.90 m,而本文提出的 PF 算法与 PCRLB 的最大差值为 2.67 m。因此,本文提出的基于误差椭圆重采样 PF 算法可以有效抑制累积误差的增加,从而提高 IMU 定位追踪方法的精度。

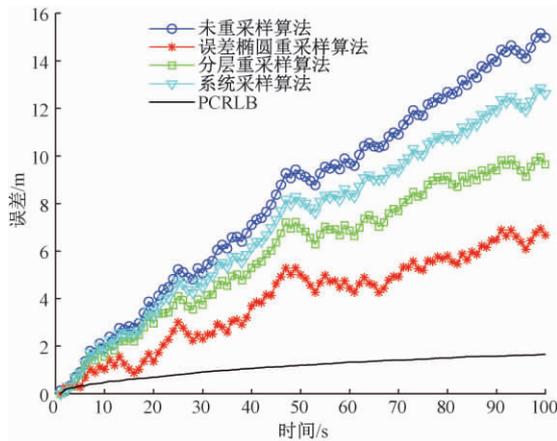


图 3 误差统计分布
Fig. 3 Error statistic distribution

为了验证本文提出的 PF 算法具有高精度和高稳定性,独立进行了 100 次随机行走实验。每次实验中目标节点随机行走 100 步,分别使用 4 种算法对单目标随机行走的真实位置进行预测,并统计每次实验的均方根误差与实验方差,得到 100 次实验的均方根误差分布与累积函数曲线。

图 4 所示为 100 次随机行走实验的均方根误差分布情况。图 4 中显示了未重采样的均方根误差曲线高于其他方法的曲线,这是因为重采样过程可以提高粒子的有效性。而使用本文提出的基于误差椭圆重采样的算法可以实现更好的定位精度。

图 5 所示的累积误差分布结果显示,本文提出的算法定位误差有 50% 的概率优于 1 m,有 97% 的概率的优于 2 m。其他 3 种算法的定位误差均在 1 m 以上。这也证实了本文提出的基于误差椭圆重采样 PF 算法可以实现高精度的单目标运动追踪。

表 2 所示为 4 种不同算法进行定位追踪的方差极值和平均定位误差,其中最大方差为 35.63 m²,最小方差则为 0.17 m²。因此,本文提出的算法具有更高的稳定性且在单目标定位中可以达到 1.05 m 的定位精度可以达到

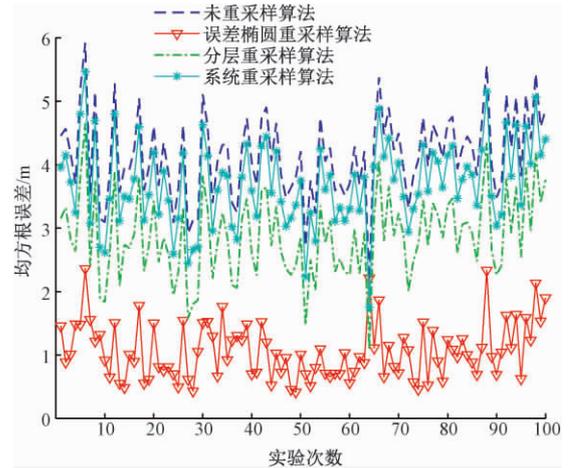


图 4 均方根误差统计分布
Fig. 4 Statistical distribution of root mean square error

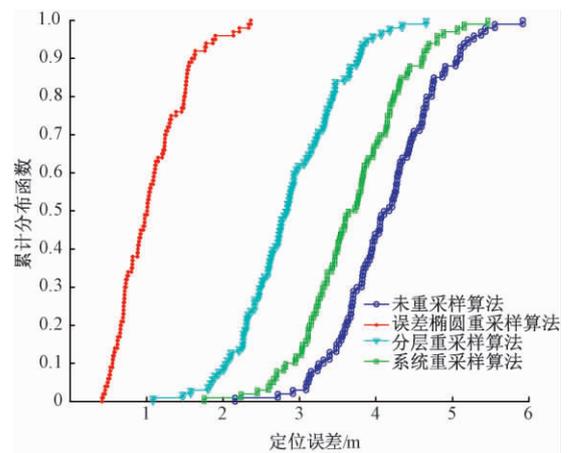


图 5 累积函数分布曲线
Fig. 5 Cumulative function distribution curve

表 2 不同算法的定位精度(粒子数量为 4 000)
Table 2 Positioning accuracy of different algorithms (the number of particles is 4 000)

方法	最大方差 /m ²	最小方差 /m ²	平均误差 /m	平均执行时间/s
未重采样算法	35.41	4.70	4.15	0.10
误差椭圆重采样算法	5.63	0.17	1.05	0.22
传统分层重采样算法	21.89	1.19	2.87	0.12
系统重采样算法	30.13	3.11	3.67	0.15

1.05 m 的定位精度。相较于其他几种重采样算法方差更小,即算法一致性更好。由于需要执行粒子的复制操作,误差椭圆重采样算法时间开销略大,但亦能在满足系统实时性需求的基础上,提供更高的定位精度。

为进一步分析粒子数量对不同重采样算法的影响,

本文分别使用系统重采样算法,传统分层重采样算法和误差椭圆重采样算法进行单目标追踪的仿真实验,定位误差由均方根误差表示,结果统计如图6所示,从中可获得以下结论:当粒子数量较少时,粒子数量的增加对提升粒子滤波算法精度较为明显,随着粒子数量上升,对精度提升有限。然而,随着粒子数量增加,计算量也会随之增大。因此,合适的粒子数量可以有效提升算法的执行效率。对比不同重采样算法,基于误差椭圆重采样具有最高的精度,分层重采样较系统重采样更优。

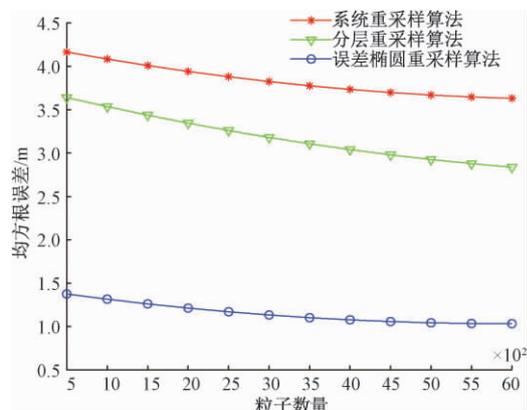


图6 不同粒子数量对重采样算法的影响

Fig. 6 The influence of different number of particles on resampling algorithm

4.3 不同置信水平与粒子数量对PF算法的影响

为了比较不同置信水平与粒子数量对PF算法定位精度的影响,在本次实验中,本文使用了两组阈值,即粒子数量 M 和置信区间 $(1 - \beta_1, 1 - \beta_2) = \{(0.25, 0.5), (0.125, 0.25), (0.125, 0.5), (0.6, 0.8), (0.4, 0.6), (0.4, 0.8)\}$ 。每次选定一个粒子数量和一个置信区间参数,使用本文提出的基于误差椭圆重采样PF算法对单目标节点的随机行走过程进行定位追踪,统计不同参数下实验的定位误差结果,由均方根误差来表示算法的定位精度。此外,比较了不同粒子数量对本文提出的基于误差椭圆重采样PF算法执行时间的影响,本文定义算法执行时间是从输入测量值开始到输出定位估计结果的时间。

图7所示为使用不同粒子数量与置信区间进行目标追踪的平均定位误差,粒子数量是从500增加到6000。当选取相同的粒子数进行实验时,置信水平选取过高反而会导致定位误差的增大;若置信区间过小也会造成算法的定位精度下降。图7中显示了保持置信区间这一参数不变时,更高的粒子数量会降低算法的定位误差。因此置信区间为(0.125, 0.5)是比较合适的。此外,图7中还显示了算法的执行时间会随着粒子数每次增加500而增加0.025s。当粒子数量达到2000后,算法的定位误

差趋于稳定,因此选定粒子数量2000较为合适。

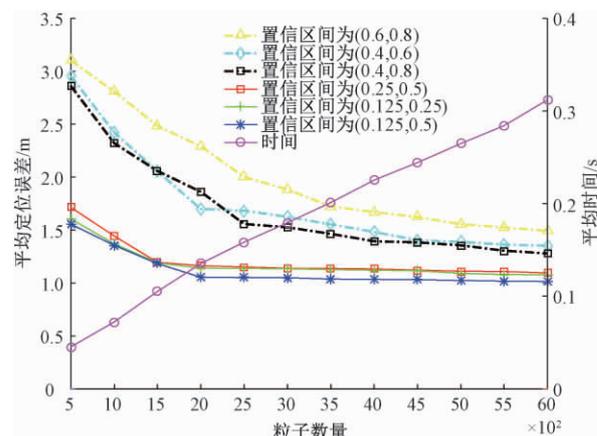


图7 不同粒子数量与置信区间对应的定位精度和计算时间
Fig. 7 Positioning accuracy and calculation time corresponding to different number of particles and confidence intervals

5 结论

本文主要提出一种基于误差椭圆重采样的粒子滤波算法。根据IMU预估中心和置信度,建立具有不同置信区间的误差椭圆,并实现了基于粒子位置的分层重采样。通过对不同权重的粒子筛选和复制,本研究在一定程度上解决了粒子的退化和贫化问题。

1) 使用单目标节点的随机行走模型仿真IMU定位追踪过程,实验结果验证了基于IMU惯性测量单元的目标跟踪系统存在累积误差和漂移的问题。根据单目标节点随机行走的建模过程,提出使用误差椭圆重采样的PF算法进行定位追踪,实验结果表明提出的算法可以有效抑制累积误差的增大。

2) 重采样方法是PF算法的关键步骤,使用误差椭圆约束的条件,在重采样过程中,按照粒子与预测中心点的几何位置进行层级划分,通过对低权重粒子的删除和高权重粒子的复制,以及中等权重保留的操作,实现重采样前后的粒子数量保持不变。提出的重采样算法可以实现高精度和高稳定的定位追踪,改善了PF算法面临的粒子退化和粒子贫化问题。

3) 置信区间的选取直接影响重采样的粒子筛选过程,进而影响最终的定位精度。实验结果显示了较大的置信区间和较低的置信水平可以有效地提升算法的定位精度,粒子数量的增加可以一定程度的提高定位精度。但是考虑定位追踪算法的实时性和高精度的要求,粒子数量设定为2000,置信区间为(0.125, 0.5)更为合适。

参考文献

- [1] HUANG C L, LIAO Z Y, ZHAO L. Synergism of INS

- and PDR in self-contained pedestrian tracking with a miniature sensor module [J]. *IEEE Sensor Journal*, 2010, 10(8): 1349-1359.
- [2] HSU Y L, WANG J S, CHANG C W. A wearable inertial pedestrian navigation system with quaternion-based extended Kalman filter for pedestrian localization [J]. *IEEE Sensors Journal*, 2017, 17(10): 3193-3206.
- [3] UDDIN Z, ISLAM M. Search and rescue system for alive human detection by semi-autonomous mobile rescue robot [C]. *International Conference on Innovations in Science, Engineering and Technology (ICISSET)*, 2016: 1-5.
- [4] ZHANG Y. A fusion methodology to bridge GPS outages for INS/GPS integrated navigation system [J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 61296-61306.
- [5] WAN J W, XU C, ZHANG X T, et al. Toward emergency rescue: A template-matching-based orientation algorithm using human occlusion error model [J]. *Physical Communication*, 2020, 41: 1874-4907.
- [6] XU C, HE J, ZHANG X T. DFSA: A classification capability quantification method for human action recognition [C]. *2017 IEEE Smart World, Ubiquitous Intelligence & Computing, Advanced & Trusted Computed, Scalable Computing & Communications, Cloud & Big Data Computing, Internet of People and Smart City Innovation*, 2017: 1-6.
- [7] ZHANG D, HE Y, GONG X, et al. Multitarget AOA estimation using wideband LFMCW signal and two receiver antennas [J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2018, 67(8): 7101-7112.
- [8] AHMED H, TAHIR M. Improving the accuracy of human body orientation estimation with wearable IMU sensors [J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2017, 66(3): 535-542.
- [9] LIU H, LI Q, LI C, et al. Application research of an array distributed IMU optimization processing method in personal positioning in large span blind environment [J]. *IEEE Access*, 2020, 8: 48163-48176.
- [10] 鹿传国,冯新喜. 马尔可夫链蒙特卡罗容积粒子滤波器 [J]. *电子科技大学学报*, 2012(6): 859-864.
- LU CH G, FENG X X. Markov chain Monte Carlo volumetric particle filter [J]. *Journal of University of Electronic Science and technology*, 2012(6): 859-864.
- [11] LI T, BOLIC M, DJURIC P M. Resampling methods for particle filtering: Classification, implementation, and strategies [J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2015, 32(3): 70-86.
- [12] ALA-LUHTALA J, WHITELEY N, HEINE K, et al. An introduction to twisted particle filters and parameter estimation in non-linear state-space models [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2016, 64(18): 4875-4890.
- [13] XU C, HE J, LI Y, et al. Optimal estimation and fundamental limits for target localization using IMU/TOA fusion method [J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 28124-28136.
- [14] HE Z, MA Y, TAFAZOLLI R. Posterior Cramer-Rao bound for inertial sensors enhanced mobile positioning under the random walk motion model [J]. *IEEE Wireless Communications Letters*, 2012, 1(6): 629-632.
- [15] XU S, CHEN R, YU Y, et al. Huang Locating smartphones indoors using built-in sensors and Wi-Fi ranging with an enhanced particle filter [J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 95140-95153.
- [16] BI H, MA J, WANG F. An improved particle filter algorithm based on ensemble Kalman filter and Markov chain Monte Carlo method [J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 2015, 7: 447-459.
- [17] TICHAVSKY P, MURAVCHIK C H, NEHORAI A. Posterior Cramer-Rao bounds for discrete-time nonlinear filtering [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1998, 46(5): 1386-1396.
- [18] 王法胜, 赵清杰. 一种用于解决非线性滤波问题的新型粒子滤波算法 [J]. *计算机学报*, 2008(2): 346-352.
- WANG F SH, ZHAO Q J. A new particle filter algorithm for solving nonlinear filtering problems [J]. *Journal of Computer*, 2008(2): 346-352.
- [19] 张洪涛, 马培军, 崔平远. 一种用于解决粒子滤波粒子退化现象的重要性重采样算法的研究 [J]. *飞行器测控学报*, 2008, 27(4): 44-48.
- ZHANG H T, MA P J, CUI P Y. A study of the importance resampling algorithm for particle degradation in particle filter [J]. *Journal of Aircraft Measurement and Control*, 2008, 27(4): 44-48.

作者简介



徐诚,2012 年于北京科技大学获得学士学位,2015 年于北京科技大学获得硕士学位,2019 年于北京科技大学获得博士学位,现为北京科技大学特聘副教授,主要研究方向为群智机器人、强化学习、无线定位与软硬件协同。

E-mail: xucheng@ustb.edu.cn

Xu Cheng received his B. Sc. degree in 2012, M. Sc. degree in 2015 and Ph. D. degree in 2019 all from University of Science and Technology Beijing (USTB), now he is a specially invited associate professor in USTB. His main research interest includes swarm intelligent robots, reinforcement learning, wireless localization and software-hardware coordination.



段世红(通信作者),1995 年于北京科技大学获得学士学位,1998 年于北京科技大学获得硕士学位,2012 年于北京科技大学获得博士学位,现为北京科技大学副教授,主要研究方向为多智能体系统,嵌入式计算与无线定位。

E-mail: duansh@ustb.edu.cn

Duan Shihong (Corresponding author) received her B. Sc. degree in 1995, M. Sc. degree in 1998 and Ph. D. degree in 2012 all from University of Science and Technology Beijing (USTB). Now, she is an associate professor in USTB. Her main research interest includes multi-agent system, embedded computing and wireless localization.